

# Fraktály v analýze textury sonogramů

Jaromír Šrámek<sup>1,2</sup> Jiřina Škorpíková<sup>1</sup> Jan Brabec<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Biofyzikální ústav, Lékařská fakulta Masarykovy univerzity v Brně

<sup>2</sup>Patologie a ordinariát soudního lékařství, Nemocnice Jablonec n/N



XXXVI. Dny lékařské biofyziky, Lázně Bělohrad 2013

# Úvod

## Motivace

- ▶ Textura je komplexní vlastností plochy.
- ▶ Ke kvantifikaci textury lze obecně použít několik přístupů:
  1. statistické
  2. strukturní
  3. založené na transformaci
  4. založené na modelu
- ▶ Textura ultrazvukových tkání je vlastně vzorem specklí.
- ▶ Speckle mají obecně fraktální charakter.
- ▶ Fraktální dimenze kvantifikuje „členitost“.

# Úvod

## Fraktály – základní pojmy

- ▶ Několik možných definic fraktálu:
  1. Fraktál je nekonečně členitý útvar.
  2. Fraktál je geometrický útvar, jehož topologická dimenze je ostře větší než dimenze Hausdorffova.
  3. ...
- ▶ První definice umožní učinit si názornou představu.
- ▶ Druhá definice umožní fraktální dimenzi vypočítat.

# Metody

## Hausdorffova dimenze

- ▶ Hausdorffova míra:

$$\mathbf{H}^s(A) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left( \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\pi^{\frac{s}{2}}}{\Gamma(\frac{s}{2} + 1)} \left( \frac{d(C_i)}{2} \right)^s \mid A \subset \bigcup_{j=1}^{\infty} C_j, d(C_j) \leq \delta \right\} \right)$$

- ▶ Hausdorffova dimenze:

- ▶ Pro danou množinu  $A$  se na  $\mathbf{H}^s(A)$  díváme jako na (zobecněnou) reálnou funkci proměnné  $s$ .
- ▶ Tato funkce nabývá hodnoty 0 pro  $s$  menší než  $s_{krit}$ .
- ▶ Tato funkce nabývá hodnoty  $\infty$  pro  $s$  větší než  $s_{krit}$ .
- ▶ Pokud pro  $s_{krit}$  nabývá  $\mathbf{H}^s(A)$  konečné hodnoty, nazývá se  $s_{krit}$  Hausdorffova fraktální dimenze množiny  $A$ .

# Metody

## Box-counting metoda

- ▶ Hausdorffova dimenze není vhodná pro odhad dimenze digitalizovaného objektu.
- ▶ Jedním z řešení je využití stejné myšlenky, ovšem pokrývá se krychlemi.
- ▶ Výsledkem je Minkowského dimenze, která je však horním odhadem Hausdorffovy dimenze.

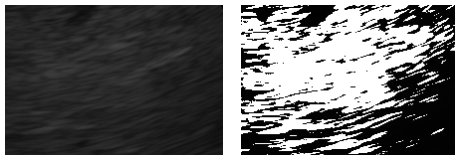
$$f_{\text{box}}(A) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln \varepsilon^{-1}}$$

- ▶ Výpočetní metoda se obvykle označuje jako **box-counting**.
- ▶ Limita se odhadne aproximací pro několik konečných hodnot  $\varepsilon$ .

# Metody

## 2D fraktální dimenze

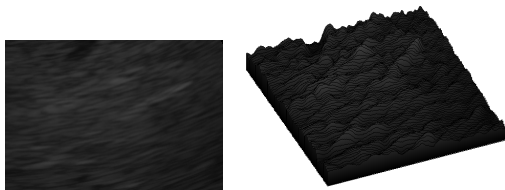
- ▶ Šedotónový obraz se vhodně prahuje.
- ▶ Výpočet probíhá v prostoru topologické dimenze 2.
- + Výpočetně rychlejší. Implementace např. v ImageJ.
- Dochází ke ztrátě informace. Problém volby prahu.



# Metody

## 3D fraktální dimenze

- ▶ Obrazová funkce je interpretována jako hraniční plocha.
- ▶ Výpočet probíhá v prostoru topologické dimenze 3.
- + Nedochozí ke ztrátě informace. Není problém s volbou prahu.
- Výpočetně náročnější.



# Metody

## Vlastní měření

- ▶ **Cíl měření:**
  - ▶ Odhad závislosti  $2D$  a  $3D$  (Minkowského) fraktální dimenze.
  - ▶ Tím i ověření oprávněnosti náhrady  $2D$  dimenze  $3D$  dimenzí.
- ▶ **Vlastní postup:**
  - ▶ Snímky několika orgánů zdravého dobrovolníka.
  - ▶ Přístroj LogiqC5, konvexní sonda, frekvence  $2\text{ MHz}$ .
  - ▶ Manuální výběr oblastí zájmu.
  - ▶ Výpočet fraktálních dimenzí pomocí skriptu v jazyce Octave.
  - ▶ Analýza dat v jazyce R.



# Výsledky

## Prahování dle mediánu

- ▶ Shapiro-Wilkův test: nesplněn předpoklad,  $p = 0.06443$
- ▶ Pearsonův koeficient:  $r = 0.7958262$
- ▶ Spearmanův koeficient:  $r_S = 0.8576613$ ,  $p = 4.4 \cdot 10^{-7}$
- ▶ Lineární model:

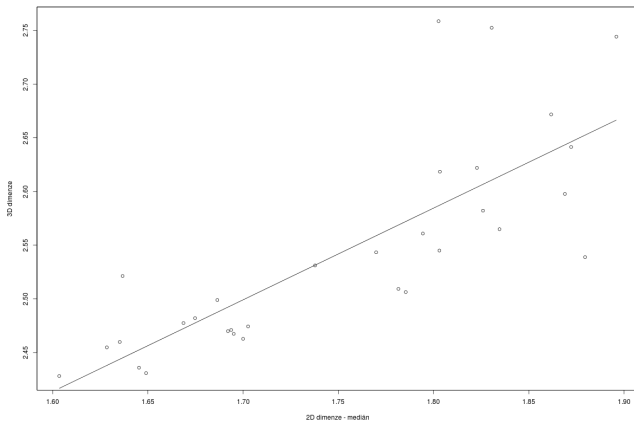
$$F_{3D} = 1.0464 + 0.8545 \cdot F_{2D,median}$$

koeficient determinace:  $R^2 = 0.6333$

F-test:  $F = 50.09$ ,  $p = 8.714 \cdot 10^{-8}$

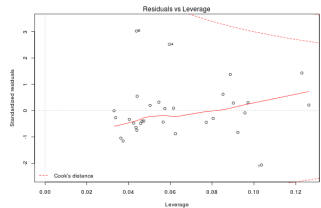
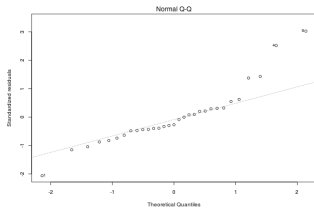
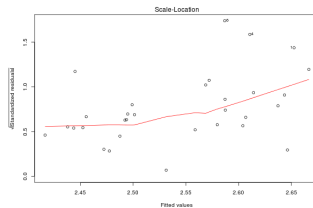
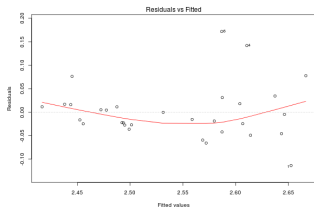
# Výsledky

## Lineární model pro medián



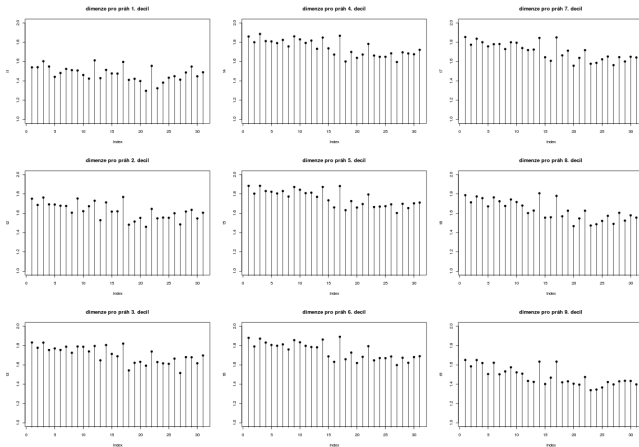
# Výsledky

## Lineární model pro medián



# Výsledky

## 2D dimenze pro decily



# Výsledky

## 2D dimenze – lineární model

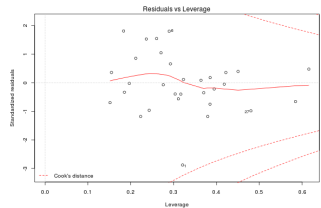
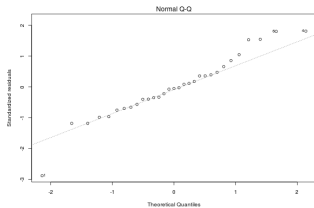
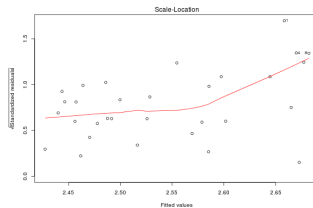
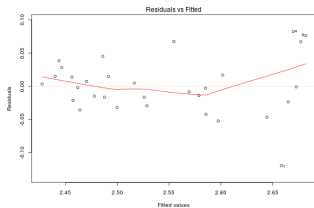
- ▶ Lineární model:

$$F_{3D} = 1.44780 + 0.04130F_{.1} + 0.02044F_{.2} + 0.07258F_{.3} + 0.05933F_{.4} - 1.07643F_{.5} + 1.97162F_{.6} - 2.09681F_{.7} + 1.36726F_{.8} + 0.38376F_{.9}$$

- ▶ koeficient determinace:  $R^2 = 0.8002$
- ▶ F-test:  $F = 9.347$ ,  $p = 1.41 \cdot 10^{-5}$

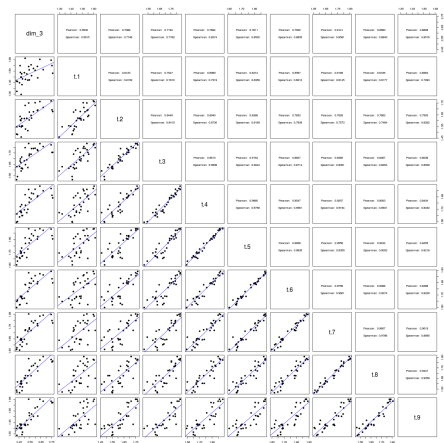
# Výsledky

## 2D dimenze – lineární model



# Výsledky

## 2D dimenze – korelace



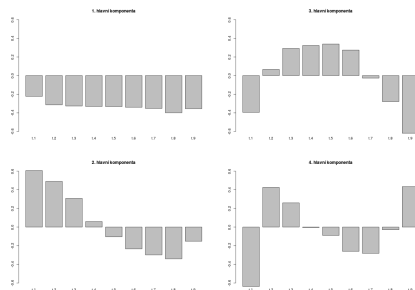
# Výsledky

## 2D dimenze – analýza hlavních komponent

### Vliv hlavních komponent:

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9
s	0.2500	0.06910	0.04953	0.03461	0.01776	0.01554	0.00924	0.00628	0.004265
var.	0.8726	0.06663	0.03424	0.01672	0.00440	0.00337	0.00119	0.00055	0.000250
kum.	0.8726	0.93927	0.97351	0.99023	0.99463	0.99800	0.99920	0.99975	1.000000

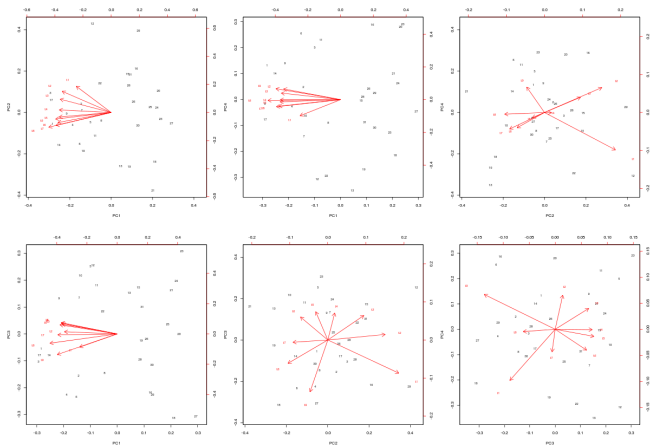
### Transformace:





# Výsledky

## 2D dimenze – analýza hlavních komponent



# Výsledky

## Lineární model hlavních komponent

n	koef.determinace	F-test
1	$R^2 = 0.6915$	$F = 65.01, p = 6.84 \cdot 10^{-9}$
2	$R^2 = 0.7103$	$F = 34.32, p = 2.93 \cdot 10^{-8}$
3	$R^2 = 0.7458$	$F = 26.41, p = 3.464 \cdot 10^{-8}$
4	$R^2 = 0.7581$	$F = 20.37, p = 1.05 \cdot 10^{-7}$

## Shrnutí výsledků:

1. Závislost 3D fraktální dimenze na 2D získané z prahování není příliš silná.
2. I při kombinaci několika 2D dimenzí dochází ke ztrátě informace.
3. 2D fraktální dimenze jsou navzájem výrazně korelované.

## Zobecnění výsledků:

1. Při použití fraktální dimenze jako texturní míry v počítačové podpoře diagnostiky je vhodnější používat 3D dimenzi.
2. Náhrada kombinací několika 2D dimezní může vést ke ztrátě nezanedbatelného množství informace.

# Děkuji za pozornost

